# Teoria della trasmissione

**Definizione**: un segnale o forma d'onda è una funzione reale a variabile reale $x:\Re\rightarrow\Re$ dove la variabile indipendente $t$ è detta tempo. Generalmente i valori assunti dal segnale sono espressi in un'unità di misura.

**Definizione**: operazioni sui segnali. Un segnale può essere:

- ritardato di un ritardo $t_0$ , $x(t-t_0)$ ;
- anticipato di un anticipo $t_0$ , $x(t+t_0)$ ;
- amplificato di un fattore $A>1$ , $Ax(t)$ ;
- attenuato di un fattore $0\leq A<1$ , $Ax(t)$ ;
- ribaltato nelle ampiezze, $-x(t)$ ;
- modificato per avere una contrazione nei tempi di un fattore $k>1$ , $x(kt)$ ;
- modificato per avere una dilatazione nei tempi di un fattore $0<k<1$ , $x(kt)$ ;
- ribaltato nei tempi, $x(-t)$ ;

**Definizione**: segnali notevoli:

- funzioni matematiche notevoli: $sen(t)$ , $\cos(t)$ ...
- rettangolo: $rect(t)=\begin{cases}1 & -1/2\leq t\leq 1/2\\ 0 & t<-1/2\vee t>1/2\end{cases}$
- triangolo: $tri(t)=\begin{cases}t+1 & -1\leq t<0\\ -t+1 & 0\leq t\leq 1\\ 0 & t<-1\vee t>1\end{cases}$
- scalino: $sca(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$
- esponenziale negativo: $\exp(t)=sca(t)e^{-t}$

**Definizione**: un segnale periodico può essere definito per ripetizione di segnali primitivi $x'(t)=rep_T[x(t)]=\sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(t-iT)$ .

**Definizione**: la potenza istantanea di un segnale è $P_i(t)=x(t)^2$ .

**Definizione**: l'energia di un segnale è $E=\int_{-\infty}^{\infty} P_i(t)\,dt$ .

**Definizione**: la potenza media di un segnale su un'intervallo di tempo è $P_m(t_1,t_2)=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} P_i(t)\,dt$ . In un'intervallo simmetrico rispetto all'origine si pone $T=t_2-t_1$ e $P_m(T)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P_i(t)\,dt$ .

**Definizione**: la potenza media di un segnale è $P_m=\lim_{T\rightarrow+\infty} P_m(T)$ .

**Definizione**: un segnale è a energia finita, o è “di energia”, se $E<\infty$ e $P_m=0$ .

**Si dimostra** che: $rect(t)$ , $tri(t)$ , $\exp(t)$ e tutte le varianti non periodiche sono segnali di energia.

**Definizione**: un segnale è “di potenza” se $P_m>0$ ed $E=\infty$ .

**Si dimostra** che: $sca(t)$ e molte varianti periodiche dei segnali sono di potenza.

Definizione: il segnale “delta di Dirac” è una distribuzione così definita:

$$\delta(t):\begin{cases}\delta=0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt=1\end{cases}$$

**Si dimostra** che $\delta(t)$ è pari.

**Definizione**: un sistema LTI è un operatore $O[\cdot]$ che trasforma un segnale in ingresso in un altro in uscita, ossia $y(t)=O[x(t)]$ . $O[\cdot]$ ha proprietà di linearità e tempo-invarianza, ossia valgono le relazioni:

$O[a\,x_1(t)+b\,x_2(t)]=ay_1(t)+by_2(t)$ dove $y_1(t)=O[x_1(t)]$ ed $y_2(t)=O[x_2(t)]$ ;

$O[x(t-t_0)]=y(t-t_0)\forall t_0$ , dove $y(t)=O[x(t)]$ ;

**Si dimostra** che: ogni sistema LTI è univocamente definito dalla sua risposta all'impulso $h(t)=O[\delta(t)]$ , ossia nota $h(t)$ è possibile ricavare l'uscita del sistema a fronte di qualsiasi segnale all'ingresso $x(t)$ , in particolare: $y(t)=O[x(t)]=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$ .

**Si dimostra** che: ogni sistema LTI alimentato con un segnale cosinusoidale risponde con un segnale anch'esso cosinusoidale come espresso dalla relazione

$y(t)=O[A\cos(\omega t+\phi)]=|(H(f))|A\cos(\omega t+\phi+\sphericalangle(H(f)))$ dove $H(f)\in\mathbb{C}$ vale

$H(f)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t}$ .