Formulario Statistica – Silvio Moioli

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_k) P(B_k)$, $B_{1,\dots} B_k$ partizione di A (Teorema delle probabilità totali)
- Tabella del calcolo combinatorio:

estrazioni di r elementi di classe n	Senza reintroduzione degli elementi	Con reintroduzione degli elementi
Elementi non ordinati	Combinazioni semplici: $C_{n,r} = \binom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$.	Combinazioni con ripetizioni: $C^*_{n,r} = \binom{n+r-1}{r} = \dfrac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$.
Elementi ordinati	Disposizioni semplici: $D_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$. Se n=r le disposizioni semplici si dicono permutazioni: $P_n = n!$.	Disposizioni con ripetizioni: $D^*_{n,r} = n^r$.

- $P(A|B) = P(B|A) \dfrac{P(A)}{P(B)}$ (Teorema di Bayes)

- Tabella delle variabili casuali discrete:

	Distribuzione di probabilità p(x)	Funzione di ripartizione F(x)	Valore atteso E(X)	Varianza Var(X)
U(k) (uniforme)	$\frac{1}{k}$	$\frac{[x]}{k}$	$\frac{k+1}{2}$	$\frac{(k-1)(k+1)^2}{4}$
B(p) (bernoulliana)	$\begin{cases}1-p \text{ se } x=0\\ p \text{ se } x=1\end{cases}$	$\begin{cases}0 \text{ se } x<0\\ 1-p \text{ se } 0\leq x<1\\ 1 \text{ se } x\geq 1\end{cases}$	p	p(1-p)
Bin(n,p) (binomiale)	$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$	$\sum_{i=0}^{x} p(i)$	np	np(1-p)
IG(n,N,S) (ipergeometrica)	$\frac{\binom{S}{x}\binom{N-S}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$\sum_{i=0}^{x} p(i)$	np , $p=\frac{S}{N}$	$np(1-p)(1-\frac{n-1}{N-1})$ $p=\frac{S}{N}$
P(λ) (di Poisson)	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$	$\sum_{i=0}^{x} p(i)$	λ	λ
G(p) (geometrica)	$p(1-p)^x$	$\sum_{i=0}^{x} p(i)$	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Bin^-(r,p) (binomiale negativa)	$\binom{r+x-1}{x}p^r(1-p)^x$	$\sum_{i=0}^{x} p(i)$	$r\frac{1-p}{p}$	$r\frac{1-p}{p^2}$

- Tabella delle variabili casuali continue:

	Densità di probabilità f(x)	Funzione di ripartizione $F(X \leq x)$	Valore atteso E(X)	Varianza Var(X)
R(0,1) (rettangolare)	$\begin{cases} 1 \text{ se } 0<x<1 \\ 0 \quad \text{altrimenti} \end{cases}$	$\begin{cases} 0 \text{ se } x<0 \\ x \text{ se } 0 \leq x<1 \\ 1 \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$	1/2	1/12
N(0,1)=Z (normale standard)	$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$\Phi(x)$ (non esiste formulazione analitica semplice)	0	1
$N(\mu,\sigma^2)$ (normale)	$\phi(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$	$\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$	μ	σ^2
Exp$^{-}(\lambda)$ (esponenziale negativa)	$\lambda e^{-\lambda x}$	$1-e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$\Gamma(r,\lambda)$ (gamma)	$\frac{(\lambda x)^{r-1}}{\Gamma(r)}(\lambda e^{-\lambda x})$	$\int_0^x f(t)dt$	$\frac{r}{\lambda}$	$\frac{r}{\lambda^2}$
$Weib(\lambda,\beta)$ (di Weibull)	$\lambda\beta e^{-\lambda x^\beta} x^{\beta-1}$	$1-e^{-\lambda x^\beta}$	$\frac{1}{\lambda}\Gamma(1+\frac{1}{\beta})$	$\frac{1}{\lambda^2}\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - \frac{1}{\lambda^2}[\Gamma(1+\frac{1}{\beta})]^2$
$N_k(\boldsymbol{\mu},\Sigma)$ (normale multipla)	$f(\boldsymbol{x})=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}\lvert\boldsymbol{\Sigma}\rvert^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})}$	???	$\boldsymbol{\mu}$	$\boldsymbol{\Sigma}$

- Densità di probabilità di una variabile casuale $Y=t(X)$:

$$f_Y(y)=\left|f_X(t^{-1}(y))\frac{d}{dy}t^{-1}(y)\right|$$

- Funzione di ripartizione di una variabile casuale $Y=t(X)$:

$$F_Y(y)=\begin{cases} F_X(t^{-1}(y)) \text{ se t è monotona crescente} \\ 1-F_X(t^{-1}(y)) \text{se t è monotona decrescente} \end{cases}$$

- Covarianza: $\sigma_{XY}=E(XY)-\mu_X\mu_Y$
- Coefficiente di correlazione: $\rho_{XY}=\frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X\sigma_Y}$
- Condizione di indipendenza di due variabili casuali: $\rho_{XY}=\sigma_{XY}=0$
- Somma di variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ iid } F(\mu,\sigma^2) \; : \; \sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$